

# Analisi Matematica D

## Metodi Matematici per l'Ingegneria

### 3 Appello A.A. 2006/07: 4 aprile 2007

#### Esercizio 1

Utilizzando metodi di analisi complessa calcolare

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log x}{1+x^4} dx.$$

#### Esercizio 2

Data la successione di funzioni

$$u_k(x) = \sum_{n=2}^k \sqrt{n} \chi_{[n, n+\frac{1}{n^\alpha}]}(x), \quad \alpha > 0,$$

- (i) calcolare il limite puntuale  $u(x) = \lim_{k \rightarrow +\infty} u_k(x)$ ;
- (ii) determinare per quali  $\alpha > 0$  e  $p \in [1, +\infty]$  si ha  $u \in L^p(\mathbb{R})$ ;
- (iii) determinare per quali  $\alpha > 0$  e  $p \in [1, +\infty[$  si ha  $u_k \rightarrow u$  in  $L^p(\mathbb{R})$ ;
- (iv) determinare per quali  $\alpha > 0$  si ha  $u_k \rightarrow u$  in  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ .

#### Esercizio 3

Determinare la trasformata di Laplace della soluzione del problema

$$\begin{cases} ty''(t) + y' + 4ty = 0, \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata**