

# Analisi Matematica D

## Metodi Matematici per l'Ingegneria

### 3 Appello A.A. 2008/09: 23 marzo 2009

#### Esercizio 1

Utilizzando metodi di analisi complessa calcolare

$$\int_{|z|=3} \frac{\sin \frac{1}{z+2i}}{(z^2+4)(z-5)} dz.$$

#### Esercizio 2

Data  $f \in L^p([0, +\infty))$  con  $1 < p < +\infty$ . Sia  $q > 1$  e

$$g(x) = x^{-\frac{1}{q}} \int_0^x |f(y)| dy, \quad x > 0.$$

Determinare  $q$  in modo che

1.  $g(x) \in L^\infty([0, +\infty))$ ;
2.  $g \in L^1(1, +\infty)$ ;
3.  $g \in L^2(1, +\infty)$ .

#### Esercizio 3

Sia  $\phi \in L^1(\mathbb{R})$  con  $\int_{\mathbb{R}} \phi(x) dx = 1$  e sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione limitata e continua.

Posto  $\phi_\varepsilon(x) = \frac{1}{\varepsilon} \phi\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)$  dimostrare che

$$(f * \phi_\varepsilon)(x) \rightarrow f(x), \quad \text{per } \varepsilon \rightarrow 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata**