

# Analisi Matematica D

## Metodi Matematici per l'Ingegneria

### 4 Appello A.A. 2006/07: 16 luglio 2007

#### Esercizio 1

Classificare le singolarità isolate e sviluppare in serie di Laurent la funzione

$$f(z) = -\frac{1}{z^2} \exp \frac{1}{z-1}$$

attorno alla singolarità  $z = 1$  e calcolarne il residuo.

#### Esercizio 2

Siano  $u \in L^p(\mathbb{R})$  con  $p \in [1, +\infty]$  e  $g \in L^2(\mathbb{R})$ .

1. Data la successione di funzioni  $u_k(x) = ku(k^2x)$ , studiarne la convergenza in  $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$  e determinare per quali  $p \in [1, +\infty]$  si ha convergenza in  $L^p(\mathbb{R})$ .

2. Data la successione di funzioni  $v_k(x) = (u_k * g)(x)$ , provare che  $v_k$  converge a zero in  $L^q(\mathbb{R})$ ,  $\forall q < +\infty$ .

#### Esercizio 3

Utilizzando le funzioni  $u(x) = (1 - |x|)^+$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $v(x) = \chi_{[-1/2, 1/2]}(x)$ ,  $w = u * v$  e le loro trasformate di Fourier, calcolare

$$\int_{\mathbb{R}} \left[ \frac{\sin x}{x} \right]^3 dx.$$

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata**