

Analisi Matematica D

Metodi Matematici per l'Ingegneria

Appello del 31 agosto 2009

Esercizio 1

Utilizzando metodi di analisi complessa calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\cosh x} dx.$$

Esercizio 2

Sia $f \in L^1(\mathbb{R}) \cap L^\infty(\mathbb{R}) \cap C^0(\mathbb{R})$ con $\hat{f} \in L^1(\mathbb{R})$ e sia $u_\delta \in L^1(\mathbb{R}) \cap L^\infty(\mathbb{R}) \cap C^0(\mathbb{R})$ con $\hat{u}_\delta \in L^1(\mathbb{R})$ la soluzione di

$$u - \delta u'' = f \quad \text{in } \mathbb{R}, \quad \text{per } \delta > 0.$$

Mostrare che $u_\delta \rightarrow f$ in $L^\infty(\mathbb{R})$ se $\delta \rightarrow 0$.

Esercizio 3

Sia $\phi \in L^1(\mathbb{R})$ con $\int_{\mathbb{R}} \phi(x) dx = 1$ e sia $f \in L^2(\mathbb{R})$. Posto $\phi_\varepsilon(x) = \frac{1}{\varepsilon} \phi\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)$ dimostrare che

$$(f * \phi_\varepsilon) \rightarrow f, \quad \text{per } \varepsilon \rightarrow 0, \quad \text{in } L^2(\mathbb{R}).$$

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata