1. Sia $\alpha \in \mathbf{R}^+$. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^{7\alpha} + (7\alpha)^n}{n^2+2}$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{A}$: $\alpha \le \frac{1}{7}$ $\boxed{B}$: $\alpha > \frac{1}{7}$ $\boxed{C}$: $\alpha < 7$ $\boxed{D}$: $\alpha \le 7$ $\boxed{E}$: $\alpha < 1$ $\boxed{F}$: $\alpha < \frac{1}{7}$

---

2. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n\, e^{-nx}, \quad x > 0$ è

Risp.: $\boxed{A}$: $\frac{e^x}{(e^x-1)^2}$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{(e^x-2)^2}$ $\boxed{C}$: $\frac{x}{(e^x+1)^2}$ $\boxed{D}$: $\frac{e^x}{e^x+1}$ $\boxed{E}$: $\frac{e^x-1}{(e^x+1)^2}$ $\boxed{F}$: $\frac{e^x+1}{(e^x-1)^3}$

---

3. La serie di funzioni $\displaystyle\sum_{n=7}^{+\infty} (-1)^n\, 2^{n/4}\, (n+7)(\sin x)^{n+1}$

Risp.: $\boxed{A}$: converge puntualmente ma non uniformemente in $[0, \pi/4]$ $\boxed{B}$: converge totalmente in $[0, \pi/4]$ $\boxed{C}$: converge uniformemente ma non totalmente in $[0, \pi/4]$ $\boxed{D}$: converge totalmente solo in $[0, \pi/8]$ $\boxed{E}$: converge puntualmente in $[\pi/2, \pi]$ $\boxed{F}$: converge puntualmente in $[0, \pi/2]$

---

4. Sia $\{f_n(x)\}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \sqrt{n}\, x\, e^{-nx}, \quad x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente a $f(x) = 0$ per ogni $x \in [0, 7]$ (b) $\{f_n(x)\}$ converge puntualmente a $f(x) = 0$ per ogni $x \in]-7, 7[$ (c) $\{f_n(x)\}$ converge uniformemente a $f(x) = 0$ in $[0, 7]$ (d) $\{f_n'(x)\}$ converge puntualmente per ogni $x \in [0, 7]$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: a, b, c $\boxed{B}$: a, c, d $\boxed{C}$: a, c $\boxed{D}$: a, d $\boxed{E}$: b, c $\boxed{F}$: a

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = \dfrac{x+\pi}{2\pi}, \quad x \in [-\pi, \pi[$. I coefficienti della sua serie di Fourier in forma **complessa** sono

Risp.: $\boxed{A}$: $\gamma_0 = \frac{1}{2}, \gamma_k = \frac{(-1)^k i}{2\pi k}, \forall k \neq 0$ $\boxed{B}$: $\gamma_0 = 1, \gamma_k = \frac{(-1)^k}{2\pi k}, \forall k \neq 0$ $\boxed{C}$: $\gamma_0 = \frac{1}{2}, \gamma_k = \frac{ik}{2\pi}, \forall k \neq 0$ $\boxed{D}$: $\gamma_0 = \frac{1}{3}, \gamma_k = \frac{(-1)^k}{3\pi k}, \forall k \neq 0$ $\boxed{E}$: $\gamma_0 = 2, \gamma_k = \frac{(-1)^k 2i}{\pi k}, \forall k \neq 0$ $\boxed{F}$: $\gamma_0 = \frac{1}{2}, \gamma_k = \frac{i}{2k}, \forall k \neq 0$

---

6. Siano $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. L'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(2x)^\alpha}{x\,(\log(x+2))^\beta}\, dx$ converge se e solo se

Risp.: $\boxed{A}$: $\alpha \ge 0, \beta > 1$ $\boxed{B}$: $\alpha > 0, \beta \ge 1$ $\boxed{C}$: $\alpha > 1, \beta \le 2$ $\boxed{D}$: $\alpha > 1, \beta > 1$ $\boxed{E}$: $\alpha > 0, \beta > 1$ $\boxed{F}$: $\alpha > 0, \beta \le 0$

---

7. La trasformata di Laplace della soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 7xe^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ è

Risp.: $\boxed{A}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{7}{(p+2)^2(p-1)^2}$ $\boxed{B}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{7p}{(p^2-1)(p+2)^2}$ $\boxed{C}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)(p-1)^3}$ $\boxed{D}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{7}{(p+1)(p+2)(p-1)^2}$ $\boxed{E}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{1}{(p+1)^2(p-1)^2}$ $\boxed{F}$: $\mathcal{L}[y](p) = \frac{p}{(p-1)^4}$

---

8. Sia $\alpha \in \mathbf{R}, \quad -1 < \alpha < 1$. Sia y la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = x\,\dfrac{1-y^2}{1+y^2} \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$

Allora $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} y(x)$ vale

Risp.: $\boxed{A}$: 2 $\boxed{B}$: 0 $\boxed{C}$: $+\infty$ $\boxed{D}$: $-\infty$ $\boxed{E}$: α $\boxed{F}$: 1

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 11 dicembre 2002 Compito 1

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta $= +4$; risposta sbagliata $= -1$; risposta non data $= 0$.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F