1. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{\left(2+\frac{1}{3}\cos n\right)^n}$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è positivamente divergente $\boxed{\text{B}}$: è negativamente divergente $\boxed{\text{C}}$: è oscillante $\boxed{\text{D}}$: è convergente

---

2. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}\left(\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(3x)^k}{k!}\right)^n$ converge per

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x \le 0$ $\boxed{\text{B}}$: $x \le \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{-1}{3} < x \le \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\forall x \in \mathbf{R}$ $\boxed{\text{E}}$: $-1 < x < 0$

---

3. Sia $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3}\left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x}\right]$, $x \neq 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[3,5]$ (e) la serie uniformemente in $[3,5]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a d $\boxed{\text{B}}$: e b $\boxed{\text{C}}$: a e $\boxed{\text{D}}$: a c e $\boxed{\text{E}}$: d c $\boxed{\text{F}}$: a b c e

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\ge1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin 3xn}{\sqrt{3n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f_n'\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f_n'\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (f) $\lim_{n\to+\infty}\int_0^3 f_n(x)\,dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a e f $\boxed{\text{B}}$: a c f $\boxed{\text{C}}$: a d f $\boxed{\text{D}}$: a f $\boxed{\text{E}}$: b c d $\boxed{\text{F}}$: a d e

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = 2\cos\dfrac{x}{2}$, $|x| \le \pi$.
I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $a_0 = \frac{8}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{\text{B}}$: $a_0 = \frac{8}{\pi}, a_n = -\frac{8}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{\text{C}}$: $a_0 = \frac{8}{\pi}, a_n = -\frac{8}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ $\boxed{\text{D}}$: $a_0 = 0, a_n = -\frac{8}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{\text{E}}$: $a_0 = \frac{8}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ $\boxed{\text{F}}$: $a_0 = \frac{8}{\pi}, a_n = b_n = 0$

---

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di $u(x) = (|x|-1)^2\,\chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1,1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1,1]$ è $\widehat{u}(\xi) = 4\frac{\xi - \sin\xi}{\xi^3}, \xi \neq 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x-\sin x}{x^3}\,dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x-\sin x)^2}{x^6}\,dx$ valgono rispettivamente

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$ $\boxed{\text{B}}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{10}$ $\boxed{\text{C}}$: $I_1 = \frac{\pi}{3}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$ $\boxed{\text{D}}$: $I_1 = I_2 = 0$

---

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = x^2\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = x\sinh x H(x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \cosh(2x)H(x)$
$\boxed{\text{D}}$: $u(x) = x\cosh(x)H(x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = x\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = (x+\cosh(2x))H(x)$

---

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2\,\frac{y(y-3)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 3$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 3$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{3}{2}$ (d) $\lim_{x\to+\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 3$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 3$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a b d e $\boxed{\text{B}}$: a f c $\boxed{\text{C}}$: a f e $\boxed{\text{D}}$: b c d $\boxed{\text{E}}$: a b d f $\boxed{\text{F}}$: a d e

---

. . . .

Cognome e nome   Firma

ANALISI MATEMATICA C   5 Appello a.a.2004-05   Compito 1

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{\left(3+\frac{1}{4}\cos n\right)^n}$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è convergente $\boxed{\text{B}}$: è positivamente divergente $\boxed{\text{C}}$: è negativamente divergente $\boxed{\text{D}}$: è oscillante

---

2. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}\left(\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(5x)^k}{k!}\right)^n$ converge per

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x \le \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{-1}{5} < x \le \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{C}}$: $x \le 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\forall x \in \mathbf{R}$ $\boxed{\text{E}}$: $-1 < x < 0$

---

3. Sia $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{5}\left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x}\right]$, $x \neq 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[5,7]$ (e) la serie uniformemente in $[5,7]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a d $\boxed{\text{B}}$: e b $\boxed{\text{C}}$: a c e $\boxed{\text{D}}$: d c $\boxed{\text{E}}$: a b c e $\boxed{\text{F}}$: a e

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\ge1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin 5xn}{\sqrt{5n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (f) $\lim_{n\to+\infty}\int_0^5 f_n(x)\,dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a e f $\boxed{\text{B}}$: a f $\boxed{\text{C}}$: a c f $\boxed{\text{D}}$: a d f $\boxed{\text{E}}$: b c d $\boxed{\text{F}}$: a d e

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = 3\cos\dfrac{x}{2}$, $|x| \le \pi$.
I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $a_0 = \frac{12}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{\text{B}}$: $a_0 = \frac{12}{\pi}, a_n = -\frac{12}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ $\boxed{\text{C}}$: $a_0 = 0, a_n = -\frac{12}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{\text{D}}$: $a_0 = \frac{12}{\pi}, a_n = -\frac{3}{2\pi}\frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ $\boxed{\text{E}}$: $a_0 = \frac{12}{\pi}, a_n = b_n = 0$ $\boxed{\text{F}}$: $a_0 = \frac{12}{\pi}, a_n = -\frac{12}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$

---

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di
$u(x) = (|x|-1)^2\,\chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1,1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1,1]$ è $\widehat{u}(\xi) = 4\frac{\xi - \sin\xi}{\xi^3}, \xi \neq 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x-\sin x}{x^3}\,dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x-\sin x)^2}{x^6}\,dx$ valgono rispettivamente

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{10}$ $\boxed{\text{B}}$: $I_1 = \frac{\pi}{3}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$ $\boxed{\text{C}}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$ $\boxed{\text{D}}$: $I_1 = I_2 = 0$

---

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = x\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = x^2\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = x\sinh xH(x)$ $\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \cosh(2x)H(x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = x\cosh(x)H(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = (x+\cosh(2x))H(x)$

---

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2\,\frac{y(y-5)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 5$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 5$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{5}{2}$ (d) $\lim_{x\to+\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 5$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 5$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a b d e $\boxed{\text{B}}$: a f c $\boxed{\text{C}}$: a f e $\boxed{\text{D}}$: a b d f $\boxed{\text{E}}$: b c d $\boxed{\text{F}}$: a d e

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 5 Appello a.a.2004-05 Compito 2

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{\left(4+\frac{1}{5}\cos n\right)^n}$

Risp.: $\boxed{A}$: è positivamente divergente $\boxed{B}$: è convergente $\boxed{C}$: è negativamente divergente $\boxed{D}$: è oscillante

---

2. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(7x)^k}{k!}\right)^n$ converge per

Risp.: $\boxed{A}$: $x \le \frac{1}{7}$ $\boxed{B}$: $\frac{-1}{7} < x \le \frac{1}{7}$ $\boxed{C}$: $\forall x \in \mathbf{R}$ $\boxed{D}$: $-1 < x < 0$ $\boxed{E}$: $x \le 0$

---

3. Sia $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{7}\left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x}\right]$, $x \neq 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[7, 9]$ (e) la serie uniformemente in $[7, 9]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: a d $\boxed{B}$: a e $\boxed{C}$: e b $\boxed{D}$: a c e $\boxed{E}$: d c $\boxed{F}$: a b c e

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\ge1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin 7xn}{\sqrt{7n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (f) $\lim_{n\to+\infty} \int_0^7 f_n(x)\,dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: a e f $\boxed{B}$: a c f $\boxed{C}$: a d f $\boxed{D}$: b c d $\boxed{E}$: a f $\boxed{F}$: a d e

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = 4\cos\dfrac{x}{2}$, $|x| \le \pi$.
I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: $\boxed{A}$: $a_0 = \frac{16}{\pi}, a_n = -\frac{16}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{B}$: $a_0 = \frac{16}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{C}$: $a_0 = \frac{16}{\pi}, a_n = -\frac{16}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ $\boxed{D}$: $a_0 = 0, a_n = -\frac{16}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{E}$: $a_0 = \frac{16}{\pi}, a_n = -\frac{2}{\pi}\frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ $\boxed{F}$: $a_0 = \frac{16}{\pi}, a_n = b_n = 0$

---

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di
$u(x) = (|x|-1)^2\,\chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1,1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1,1]$ è $\widehat{u}(\xi) = 4\frac{\xi-\sin\xi}{\xi^3}, \xi \neq 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x-\sin x}{x^3}\,dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x-\sin x)^2}{x^6}\,dx$ valgono rispettivamente

Risp.: $\boxed{A}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{10}$ $\boxed{B}$: $I_1 = \frac{\pi}{3}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$ $\boxed{C}$: $I_1 = I_2 = 0$ $\boxed{D}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$

---

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: $\boxed{A}$: $u(x) = x^2\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{B}$: $u(x) = x\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{C}$: $u(x) = x\sinh xH(x)$ $\boxed{D}$: $u(x) = \cosh(2x)H(x)$ $\boxed{E}$: $u(x) = x\cosh(x)H(x)$ $\boxed{F}$: $u(x) = (x+\cosh(2x))H(x)$

---

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2\,\frac{y(y-7)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 7$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 7$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{7}{2}$ (d) $\lim_{x\to+\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 7$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 7$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: a b d e $\boxed{B}$: a f c $\boxed{C}$: a b d f $\boxed{D}$: a f e $\boxed{E}$: b c d $\boxed{F}$: a d e

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 5 Appello a.a.2004-05 Compito 3

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{\left(5+\frac{1}{6}\cos n\right)^n}$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è positivamente divergente $\boxed{\text{B}}$: è negativamente divergente $\boxed{\text{C}}$: è convergente $\boxed{\text{D}}$: è oscillante

---

2. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}\left(\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(9x)^k}{k!}\right)^n$ converge per

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x \le 0$ $\boxed{\text{B}}$: $x \le \frac{1}{9}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{-1}{9} < x \le \frac{1}{9}$ $\boxed{\text{D}}$: $\forall x \in \mathbf{R}$ $\boxed{\text{E}}$: $-1 < x < 0$

---

3. Sia $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{9}\left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x}\right]$, $x \neq 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[9, 11]$ (e) la serie uniformemente in $[9, 11]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a d $\boxed{\text{B}}$: e b $\boxed{\text{C}}$: a e $\boxed{\text{D}}$: a c e $\boxed{\text{E}}$: d c $\boxed{\text{F}}$: a b c e

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\ge1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin 9xn}{\sqrt{9n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (f) $\lim_{n\to+\infty}\int_0^9 f_n(x)\,dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a e f $\boxed{\text{B}}$: a c f $\boxed{\text{C}}$: a f $\boxed{\text{D}}$: a d f $\boxed{\text{E}}$: b c d $\boxed{\text{F}}$: a d e

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = 5\cos\dfrac{x}{2}$, $|x| \le \pi$.
I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $a_0 = \frac{20}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{\text{B}}$: $a_0 = \frac{20}{\pi}, a_n = -\frac{20}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ $\boxed{\text{C}}$: $a_0 = 0, a_n = -\frac{20}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{\text{D}}$: $a_0 = \frac{20}{\pi}, a_n = -\frac{5}{2\pi}\frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ $\boxed{\text{E}}$: $a_0 = \frac{20}{\pi}, a_n = b_n = 0$ $\boxed{\text{F}}$: $a_0 = \frac{20}{\pi}, a_n = -\frac{20}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$

---

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di
$u(x) = (|x|-1)^2\,\chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1,1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1,1]$ è $\widehat{u}(\xi) = 4\frac{\xi-\sin\xi}{\xi^3}, \xi \neq 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x-\sin x}{x^3}\,dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x-\sin x)^2}{x^6}\,dx$ valgono rispettivamente

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{10}$ $\boxed{\text{B}}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$ $\boxed{\text{C}}$: $I_1 = \frac{\pi}{3}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$ $\boxed{\text{D}}$: $I_1 = I_2 = 0$

---

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = x^2\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = x\sinh xH(x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = \cosh(2x)H(x)$
$\boxed{\text{D}}$: $u(x) = x\cosh(x)H(x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = x\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = (x+\cosh(2x))H(x)$

---

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2\,\frac{y(y-9)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 9$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 9$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{9}{2}$ (d) $\lim_{x\to+\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 9$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 9$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a b d e $\boxed{\text{B}}$: a f c $\boxed{\text{C}}$: a f e $\boxed{\text{D}}$: b c d $\boxed{\text{E}}$: a b d f $\boxed{\text{F}}$: a d e

---

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 5 Appello a.a.2004-05 Compito 4

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{\left(6+\frac{1}{7}\cos n\right)^n}$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è convergente $\boxed{\text{B}}$: è positivamente divergente $\boxed{\text{C}}$: è negativamente divergente $\boxed{\text{D}}$: è oscillante

---

2. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(11x)^k}{k!}\right)^n$ converge per

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x \le \frac{1}{11}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{-1}{11} < x \le \frac{1}{11}$ $\boxed{\text{C}}$: $x \le 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\forall x \in \mathbf{R}$ $\boxed{\text{E}}$: $-1 < x < 0$

---

3. Sia $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{11}\left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x}\right]$, $x \ne 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[11, 13]$ (e) la serie uniformemente in $[11, 13]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a d $\boxed{\text{B}}$: e b $\boxed{\text{C}}$: a c e $\boxed{\text{D}}$: d c $\boxed{\text{E}}$: a e $\boxed{\text{F}}$: a b c e

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\ge1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \dfrac{\sin 11xn}{\sqrt{11n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f_n'\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f_n'\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (f) $\lim_{n\to+\infty} \int_0^{11} f_n(x)\,dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a e f $\boxed{\text{B}}$: a f $\boxed{\text{C}}$: a c f $\boxed{\text{D}}$: a d f $\boxed{\text{E}}$: b c d $\boxed{\text{F}}$: a d e

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = 6\cos\dfrac{x}{2}$, $|x| \le \pi$.
I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $a_0 = \frac{24}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{\text{B}}$: $a_0 = \frac{24}{\pi}, a_n = -\frac{24}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ $\boxed{\text{C}}$: $a_0 = 0, a_n = -\frac{24}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{\text{D}}$: $a_0 = \frac{24}{\pi}, a_n = -\frac{24}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$
$\boxed{\text{E}}$: $a_0 = \frac{24}{\pi}, a_n = -\frac{6}{2\pi}\frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ $\boxed{\text{F}}$: $a_0 = \frac{24}{\pi}, a_n = b_n = 0$

---

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di
$u(x) = (|x|-1)^2\,\chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1,1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1,1]$ è $\widehat{u}(\xi) = 4\frac{\xi - \sin\xi}{\xi^3}, \xi \ne 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x-\sin x}{x^3}\,dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x-\sin x)^2}{x^6}\,dx$ valgono rispettivamente

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{10}$ $\boxed{\text{B}}$: $I_1 = \frac{\pi}{3}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$ $\boxed{\text{C}}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$ $\boxed{\text{D}}$: $I_1 = I_2 = 0$

---

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $u(x) = x^2\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{\text{B}}$: $u(x) = x\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{\text{C}}$: $u(x) = x\sinh xH(x)$
$\boxed{\text{D}}$: $u(x) = \cosh(2x)H(x)$ $\boxed{\text{E}}$: $u(x) = x\cosh(x)H(x)$ $\boxed{\text{F}}$: $u(x) = (x+\cosh(2x))H(x)$

---

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2\,\frac{y(y-11)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 11$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 11$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{11}{2}$ (d) $\lim_{x\to+\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 11$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 11$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a b d e $\boxed{\text{B}}$: a f c $\boxed{\text{C}}$: a f e $\boxed{\text{D}}$: a b d f $\boxed{\text{E}}$: b c d $\boxed{\text{F}}$: a d e

---

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 5 Appello a.a.2004-05 Compito 5

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F

1. La serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{\left(7+\frac{1}{8}\cos n\right)^n}$

Risp.: $\boxed{A}$: è positivamente divergente $\boxed{B}$: è convergente $\boxed{C}$: è negativamente divergente $\boxed{D}$: è oscillante

---

2. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(13x)^k}{k!} \right)^n$ converge per

Risp.: $\boxed{A}$: $x \le \frac{1}{13}$ $\boxed{B}$: $x \le 0$ $\boxed{C}$: $\frac{-1}{13} < x \le \frac{1}{13}$ $\boxed{D}$: $\forall x \in \mathbf{R}$ $\boxed{E}$: $-1 < x < 0$

---

3. Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{13} \left[\frac{1}{n!x} - \frac{1}{(n+1)!x} \right]$, $x \ne 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) la serie converge puntualmente ma non uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) la serie converge uniformemente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ (c) la serie converge puntualmente solo in $(-\infty, 0)$ (d) converge solo puntualmente in $[13, 15]$ (e) la serie uniformemente in $[13, 15]$.

Le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: a d $\boxed{B}$: e b $\boxed{C}$: a c e $\boxed{D}$: a e $\boxed{E}$: d c $\boxed{F}$: a b c e

---

4. Sia $\{f_n(x)\}_{n\ge1}$ la successione di funzioni definita da $f_n(x) = \frac{\sin 13xn}{\sqrt{13n}}$, $x \in \mathbf{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (b) $\{f_n\}$ converge f solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (c) $\{f_n\}$ non converge in $\mathbf{R}$ (d) $\{f'_n\}$ converge uniformemente in $\mathbf{R}$ (e) $\{f'_n\}$ converge solo puntualmente in $\mathbf{R}$ (f) $\lim_{n\to+\infty} \int_0^{13} f_n(x)\, dx = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: a e f $\boxed{B}$: a c f $\boxed{C}$: a d f $\boxed{D}$: b c d $\boxed{E}$: a f $\boxed{F}$: a d e

---

5. Sia f la funzione 2π-periodica definita da $f(x) = 7\cos\frac{x}{2}$, $|x| \le \pi$.
I coefficienti della sua serie di Fourier sono

Risp.: $\boxed{A}$: $a_0 = \frac{28}{\pi}, a_n = -\frac{1}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{B}$: $a_0 = \frac{28}{\pi}, a_n = -\frac{28}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{C}$: $a_0 = \frac{28}{\pi}, a_n = -\frac{28}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = (-1)^n$ $\boxed{D}$: $a_0 = 0, a_n = -\frac{28}{\pi}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}, b_n = 0$ $\boxed{E}$: $a_0 = \frac{28}{\pi}, a_n = -\frac{7}{2\pi}\frac{(-1)^n}{n-4}, b_n = 0$ $\boxed{F}$: $a_0 = \frac{28}{\pi}, a_n = b_n = 0$

---

6. Essendo noto che la trasformata di Fourier di
$u(x) = (|x|-1)^2\, \chi_{[-1,1]}(x)$ dove $\chi_{[-1,1]}(x) = 1$ se $x \in [-1,1]$ e $\chi_{[-1,1]}(x) = 0$ se $x \notin [-1,1]$ è $\widehat{u}(\xi) = 4\frac{\xi - \sin\xi}{\xi^3}, \xi \ne 0$, gli integrali $I_1 = \int_{\mathbf{R}} \frac{x-\sin x}{x^3}\, dx$ e $I_2 = \int_{\mathbf{R}} \frac{(x-\sin x)^2}{x^6}\, dx$ valgono rispettivamente

Risp.: $\boxed{A}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{10}$ $\boxed{B}$: $I_1 = \frac{\pi}{3}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$ $\boxed{C}$: $I_1 = I_2 = 0$ $\boxed{D}$: $I_1 = \frac{\pi}{2}$, $I_2 = \frac{\pi}{20}$

---

7. La funzione $u(x)$ tale che $\mathcal{L}[u(x)](s) = \frac{s^2+4}{(s^2-4)^2}$ è

Risp.: $\boxed{A}$: $u(x) = x^2\cosh(2x)H(x)$ $\boxed{B}$: $u(x) = x\sinh x H(x)$ $\boxed{C}$: $u(x) = \cosh(2x)H(x)$ $\boxed{D}$: $u(x) = x\cosh(x)H(x)$ $\boxed{E}$: $u(x) = (x + \cosh(2x))H(x)$ $\boxed{F}$: $u(x) = x\cosh(2x)H(x)$

---

8. Sia $y(t)$ la soluzione del seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = t^2\,\frac{y(y-13)}{y^2+1} \\ y(0) = \alpha \in \mathbf{R} \end{cases}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $y(t)$ è crescente se $\alpha > 13$ oppure $\alpha < 0$ (b) esiste un punto di flesso se $0 < \alpha < 13$ (c) esiste un punto di massimo se $\alpha = \frac{13}{2}$ (d) $\lim_{x\to+\infty} y(t) = 0$ se $\alpha < 13$ (e) $y(t)$ è una funzione pari (f) le soluzioni stazionarie sono $y = 0$ e $y = 13$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: a b d e $\boxed{B}$: a f c $\boxed{C}$: a b d f $\boxed{D}$: a f e $\boxed{E}$: b c d $\boxed{F}$: a d e

---

. . . .

Cognome e nome Firma

ANALISI MATEMATICA C 5 Appello a.a.2004-05 Compito 6

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 90 min.

Risposte relative al foglio allegato.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F