Analisi Matematica D
Metodi Matematici per l'Ingegneria
2 Appello A.A. 2005/06: 19 Dicembre 2005

Esercizio 1
Sviluppare in serie di Laurent la funzione

$$f(z) = \frac{1}{(1+z)^2} e^{-\frac{1}{z^3}}$$

attorno alla singolarità $z = 0$ e calcolarne il residuo.

Esercizio 2
Data $v(x) = e^{-x^2} \cos x, x \in I\!R$ e $w(x) = e^{-x^2} \sin x, x \in I\!R$, sia $u = v * w$.
Calcolare $||\mathcal{F}(u)||^2_{L^2(I\!R)}$ dove $\mathcal{F}(u)$ indica la trasformata di Fourier di u.
(Si ricordi che $\int_{I\!R} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$, $a > 0$ e $\mathcal{F}(e^{-x^2})(\xi) = \sqrt{\pi} e^{-\frac{\xi^2}{4}}$).

Esercizio 3
Utilizzando la trasformata di Laplace determinare la soluzione dell'equazione

$$y(t) + \int_0^t \cos(t-\tau) y(\tau) d\tau = \sin t \quad t > 0.$$

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata