Analisi Matematica D
Metodi Matematici per l'Ingegneria
Appello dell' 8 Settembre 2003

Esercizio 1
Calcolare lo sviluppo in serie di Laurent fino al 2^o ordine della funzione

$$f(z) = \frac{\cos z}{z(z+1)}$$

in un intorno di $z_0 = 0$.

Esercizio 2 Sia $\{f_k\} : I\!R \to I\!R$ la successione di funzioni definita da:

$$f_k(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in \big(\log k, \log(k+1)\big) \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Calcolare, se esiste, il limite q.o, in $L^1(I\!R)$, in $L^2(I\!R)$ e $L^\infty(I\!R)$.

Esercizio 3 Data la successione di funzioni

$$u_k(x) = \frac{e^{-\frac{|x|}{k}}}{x} \quad , x \in I\!R$$

calcolare $\lim \hat{u}_k(\xi)$ in $\mathcal{S}'(I\!R)$, dove $\hat{f}$ è la trasformata di Fourier di f.
Suggerimento: ricordare che la trasformata di Fourier di $f_k(x) = e^{-\frac{|x|}{k}}$ è $\hat{f}_k(\xi) = \frac{2k}{1+k^2\xi^2}$.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.