

Analisi Matematica D
Metodi Matematici per l'Ingegneria
Appello del 4 Febbraio 2002

Esercizio 1

Calcolare con metodi di variabile complessa l'integrale

$$\text{p.v.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{3ix}}{x^3 + 1} dx.$$

Esercizio 2

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$v(x) = (\sin x) \cdot e^{-x^2}.$$

(Ricordare che $\int_{\mathbb{R}} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$)

Esercizio 3

Calcolare esplicitamente (senza usare prodotti di convoluzione) la soluzione u del problema

$$\begin{cases} tu''(t) + 2u'(t) + tu(t) = H(t) \sin t & \text{se } t > 0 \\ u(0) = 0. \end{cases}$$

(Ricordare che $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$)

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Analisi Matematica D
Metodi Matematici per l'Ingegneria
Appello dell'8 Aprile 2002

Esercizio 1

Calcolare con metodi di variabile complessa l'integrale

$$\text{p.v.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin 5x}{(x-1)(x^2+1)} dx.$$

Esercizio 2

Sia $\{u_n\}_{n \geq 1}$ la successione di funzioni definita da

$$u_n(t) = \frac{\sin nt}{n}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Calcolare il limite u di $\{u_n\}_{n \geq 1}$ in $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$. La successione converge ad u anche in $L^1(\mathbb{R})$? E in $L^\infty(\mathbb{R})$?

Esercizio 3

Calcolare esplicitamente una soluzione $u : [0, +\infty[\times [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ del problema

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} u(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} u(t, x) = tH(t) & \text{se } t > 0 \text{ e } x > 0, \\ u(t, 0) = \sin tH(t) & \text{se } t > 0, \\ u(0, x) = 0 & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Analisi Matematica D
Metodi Matematici per l'Ingegneria
Appello del 15 Luglio 2002

Esercizio 1

Calcolare i termini fino al secondo ordine (termine con z^2) dello sviluppo di Laurent centrato in $z = 0$ della funzione

$$f(z) = \frac{1}{z \sin z}.$$

Esercizio 2

Determinare la serie di Fourier della distribuzione 2π -periodica che vale

$$f(t) = -t^2 + 4\pi^3 \delta_0 \quad \text{per } t \in [0, 2\pi[,$$

e discutere la convergenza della serie determinata.

Esercizio 3

Calcolare esplicitamente la successione $\{y_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ definita da

$$y_{n+2} = y_{n+1} - y_n, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 1.$$

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.