

## QUARTO FOGLIO DI ESERCIZI

da consegnare entro il 16.12.2009

**Esercizio 1.** Per ognuna delle seguenti funzioni, indicare  $\text{dom } f$ , il dominio della derivata  $\text{dom } f'$ , e calcolare la derivata:

1.  $f(x) = 10 \arctan(5x) - x \frac{e^{5x} + e^{-5x}}{2}$ ;

2.  $f(x) = 4 \sin(4x) + e^{-4x} \cos(4x)$ ;

3.  $f(x) = 2xe^{-2x} + \frac{1}{2} \arctan(-2x)$ ;

4.  $f(x) = 9 \frac{e^{9x} - e^{-9x}}{5} + 10x \cos(9x)$ ;

5.  $f(x) = 3 \arctan(3x) + \ln(x^2 + 2x + 5) \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{x^4 - x^3 + x - 1}$ ;

6.  $f(x) = 6 \sin(6x) - (x + 1)^6$ ;

7.  $f(x) = 3 \sin(2e^{-3x})$ ;

8.  $f(x) = \frac{\cos(e^{\sqrt{x}})}{1 + \tan(4x^2)}$ ;

9.  $f(x) = x \sin(3x^3)$ ;

10.  $f(x) = (e + \sin(x))^{3x}$ ;

11.  $f(x) = \frac{\sin(2\sqrt{x})}{3x^2 + e^{-4x}}$ ;

12.  $f(x) = \frac{(\arctan(2 + x^4))}{e^{3x} + e^{-3x}}$ ;

13.  $f(x) = \frac{\arcsin(3x) \log_2(5x^2 + 1)}{\arctan(\cos(x))}$ ;

14.  $f(x) = \frac{(\arccos(x))^2}{9x^2 - 1} + \arcsin(e^x)$ .

**Esercizio 2.**

- Per la funzione al punto 1., determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(0, f(0))$ ;
- per la funzione al punto 2., determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto che ha ascissa  $x = \frac{\pi}{2}$ ;
- per la funzione al punto 3., determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto che ha ascissa  $x = \frac{1}{2}$ ;
- per la funzione al punto 6., determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto in cui  $\text{graf}(f)$  interseca la retta  $x = \frac{\pi}{36}$ ;
- per la funzione al punto 11., determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(0, 0)$ ;
- per la funzione al punto 14., determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(0, f(0))$ .

**Esercizio 3.**

1. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)e^x & \text{se } x > 1, \\ 0 & \text{se } x = 1, \\ (x-1)^2 & \text{se } x < 1. \end{cases}$$

- Verificare che  $f$  è continua su tutto  $\mathbb{R}$ ;
- verificare che  $f$  è derivabile su  $(-\infty, 1)$  e su  $(1, +\infty)$ ;
- classificare il punto  $x = 1$  come punto di non derivabilità.

2. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} -(x-1)^{1/5} & \text{se } x > 1, \\ 0 & \text{se } x = 1, \\ \arccos(x) & \text{se } x \in (-1, 1), \\ \pi & \text{se } x = -1, \\ x + \pi + 1 & \text{se } x < -1. \end{cases}$$

- Verificare che  $f$  è continua su tutto  $\mathbb{R}$ ;
- verificare che  $f$  è derivabile su  $(-\infty, -1)$ , su  $(-1, 1)$ , e su  $(1, +\infty)$ ;
- classificare i punti  $x_1 = -1$  e  $x_2 = 1$  come punti di non derivabilità.

3. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{7}(x-1) + 1 & \text{se } x > 1, \\ x^{6/7} & \text{se } x \in [-1, 1], \\ 1 & \text{se } x < -1. \end{cases}$$

- Verificare che  $f$  è continua su tutto  $\mathbb{R}$ ;
- verificare che  $f$  è derivabile su  $(-\infty, -1)$ , su  $(-1, 1) \setminus \{0\}$ , e su  $(1, +\infty)$ ;
- classificare i punti  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 0$ , e  $x_3 = 1$  come punti di non derivabilità.

**Esercizio 4.** Calcolare i seguenti limiti, specificando le eventuali forme indeterminate, ed eventualmente applicando il teorema di De L'Hopital:

1.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\sin(2x)}{x \sin(x)}$ ;

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{x^2}}{x}$ ;

3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{3}{2}x} \arctan(x^2 - 9)}{x^4 \ln(2x^2 + 3)}$ ;

4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ .