

## Scritto di Matematica – Analisi Matematica

*fac-simile*

COGNOME

NOME

FIRMA

**Esercizio 1. Totale: [12 punti].**

Calcolare i seguenti limiti:

$$1). \quad \lim_{z \rightarrow +\infty} \frac{z^2 + 2}{4} \arctan\left(\frac{1}{z^2 + 2}\right) \quad [2 \text{ punti}]$$

$$2). \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{e^{(x-3)^2} - 1}{x^2 + 9 - 6x} \arctan\left(\frac{1}{x-3}\right) \quad [3 \text{ punti}]$$

$$3). \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{(t+2)^2 + \ln(t^3)} \quad [3 \text{ punti}]$$

$$4). \quad \lim_{x \rightarrow 0} e^{-\frac{1}{x^2}} \frac{\ln(x^2) (\cos(x^3) - 1)}{3x^6} \tan\left(\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) \quad [4 \text{ punti}]$$

**Esercizio 2. Totale: [2 punti].** Dire se la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin\left(e^{-\frac{1}{x}}\right) & \text{se } x > 0, \\ 1 & \text{se } x = 0, \\ \cos\left(\frac{\ln(|x|)}{\arctan\left(\frac{1}{x}\right)}\right) & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

è continua su  $\mathbb{R}$ . Classificare gli eventuali punti di discontinuità di  $f$ .

**Esercizio 3. Totale: [14 punti].**

Data la funzione

$$f(x) := \ln\left(\left|\frac{x^2}{x+1}\right|\right)$$

- indicare il suo dominio, studiare *a priori* la continuità e le eventuali simmetrie (parità, disparità) [1 punto]
- studiare il segno e le eventuali intersezioni con gli assi coordinati [2 punti]
- calcolare i limiti all'infinito e i limiti agli estremi del dominio di definizione di  $f$ , calcolare gli eventuali asintoti di  $f$  [4 punti]

- studiare la monotonia di  $f$  [3 punti]
- indicare gli eventuali punti di estremo relativo/assoluto di  $f$  [1 punto]
- studiare la convessità/concavità di  $f$  e indicare gli eventuali punti di flesso [2 punti]
- tracciare il grafico qualitativo di  $f$  [1 punto]

**Esercizio 4. Totale: [4 punti].** Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & \text{se } x \geq 3, \\ x - 3 & \text{se } 2 \leq x < 3, \\ -1 & \text{se } 1 < x < 2, \\ (x - 1)^{4/5} - 1 & \text{se } x \leq 1. \end{cases}$$

Classificare i punti  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$  e  $x_3 = 3$  come punti di non derivabilità.

**Esercizio 5. Totale: [8=4+4 punti].**

1. Considerare la funzione

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ data da } f(x) = 6x^8 + \sin(2x) + \tan^2\left(\frac{x}{3}\right) + \frac{1}{1 + 2x^2}.$$

Calcolare l'area della regione piana compresa fra  $\text{graf}(f)$  (su  $[0, 1]$ ) e l'asse delle  $x$ .

2. Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{3x} - \frac{1}{1 + 4x^2} + 3 \cos(2x) \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Determinare la primitiva  $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  di  $f$  tale che  $G(0) = 0$ . Scrivere l'equazione della retta tangente a  $\text{graf}(G)$  nel punto  $(0, 0)$ .

**TOTALE:**

**punti**

---

**ATTENZIONE:**

- Per superare lo scritto ed essere **ammessi all'orale** è sufficiente ottenere almeno 13/40 punti, ma è **necessario** ottenerli risolvendo correttamente esercizi di almeno due tipi diversi (per esempio: limiti & studio di funzione; limiti & integrali)
- Consegnare questo foglio e **tutti** i fogli di protocollo ricevuti, anche quelli non usati; scrivere su tutti i fogli di "bella copia" (che si desidera siano corretti) il proprio **nome e cognome**, e **numerarli**; **barrare** in modo chiaro gli eventuali fogli di brutta copia.